

Bestimmung eines Grenzwertes für Neuaufnahmen auf Intensivstation

Helmut Küchenhoff, Wolfgang Hartl, Felix Günther
LMU München, Institut für Statistik

16. April 2021

1 Fragestellung

Ein zentraler Indikator für den Pandemieverlauf ist die Anzahl der Neuaufnahmen auf Intensivstationen (ICU, Intensive care unit), da dieser zeitnah und zuverlässig den Verlauf der Pandemie widerspiegelt. Es stellt sich die Frage, wie man Grenzwerte für diesen Indikator in sinnvoller Weise bestimmen kann. Ein Kriterium ist die Kapazität von ICU-Betten, die zur Verfügung stehen. Wir stellen ein Verfahren vor, dass als Zielkriterium das Verhindern der Überschreitung einer bestimmten Kapazitätsgrenze hat.

2 Ansatz

Sei I_t die Anzahl der Neuaufnahmen an einem bestimmten Tag t und B_t die Anzahl der belegten Betten an Tag t .

Sei die Verteilung der Liegedauer (length of stay) in Tagen eines Individuums durch die Wahrscheinlichkeiten $P(LOS = k) = \theta_k$, $k = 0, \dots, K$ and $\sum_{k=0}^K \theta_k = 1$. gegeben. wir nehmen an, dass die Liegedauer konstant über die Zeit ist und durch K Tage beschränkt ist. Die Wahrscheinlichkeit für ein Individuum nach k Tagen auf der ICU zu sein ist dann

$$\eta_k := P(LOS_i > k) = 1 - \sum_{l=0}^k \theta_l$$

Daraus ergibt sich die erwartete Anzahl der Belegung an Tag $t > K$:

$$E(B_t) = \sum_{k=0}^K I_{t-k} \cdot \eta_k$$

Um einen Grenzwert für I_t zu bestimmen, nehmen wir an, dass die Anzahl der Neuaufnahmen konstant ist, d.h. $I_t = g$ für alle t .

Dann gilt:

$$E(B_t) = \sum_{k=0}^K g \cdot \eta_k = g \cdot E(LOS) \quad (1)$$

Die letzte Gleichung folgt aus $E(X) = \int 1 - F(X)$ für positive Zufallsvariable X mit Verteilungsfunktion F .

Aus der Gleichung (1) folgt unmittelbar, dass die erwartete Auslastung unter dem Wert $g \cdot E(LOS)$ ist, falls die Anzahl der Neuzugänge unter dem Wert g liegen.

Dies liefert unmittelbar eine Möglichkeit, einen Grenzwert G für die Anzahl der Neuzugänge zu bestimmen:

$$G := K/E(LOS) \quad (2)$$

Dabei ist K die Kapazitätsgrenze (zur Belegung mit COVID-19 Fällen) der ICUs. Und $E(LOS)$ die erwartete Liegedauer.

3 Beispielszenarien

Das obige Vorgehen hat den Vorteil, dass es (a) auf die Bedürfnisse z.B. von Bundesländern und (b) auf die neuesten Erkenntnissen zu den Liegedauern jeweils entsprechend angepasst werden kann.

Wir verwenden als Szenario 1 für die Liegedauerverteilung eine diskretisierte log-Normalverteilung mit Parametern $\mu = 5$ und $\sigma = e^{1.5}$ trunziert auf eine Liegedauer von 1 bis 90 Tage. Diese Verteilung hat eine Median Liegedauer von ca. 5 Tagen und eine IQR von $[2, 14]$ und entspricht damit ungefähr den empirischen Angaben von Tolksdorf et al. (2020)¹. Der Erwartungswert beträgt 11.23 Tage.

Da sich aktuelle Liegedauer etwas erhöht hat, berechnen wir das zweite Szenario mit einer höheren mittleren Liegedauer von 13 Tagen. Als Kapazität verwenden wir Werte, die unterhalb der Gesamtkapazität in Deutschland liegen.

Tabelle 1: Grenzwertberechnung für verschiedenen Szenarien mit erwarteter Liegedauer 11.23 Tage (Grenzwert 1) und 13 Tage (Grenzwert 2)

Kapazität	5000	6000	7000
Grenzwert1	445	534	623
Grenzwert2	384	461	538

Die Werte können auch für einzelne Bundesländer/Regionen mit jeweils eigenen Kapazitätsgrenzen bestimmt werden und auf die Anzahlen pro Einwohner umgerechnet werden.

4 Ausblick

Die Bestimmung des Grenzwertes orientiert sich nur an der erwarteten Auslastung. Da es sich hier um ein stochastisches Modell handelt, wird unter den Annahmen die Kapazitätsgrenze mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit überschritten. Daher kann man das Verfahren so modifizieren, dass der Grenzwert höchstens mit sehr kleinen Wahrscheinlichkeit α überschritten wird. Dies führt dann zu etwas niedrigeren Grenzwerten G für die Anzahl der Neuaufnahmen. Weiter kann man den Grenzwert für Maßnahmen auch noch anpassen, d.h. niedriger ansetzen, da die Wirkung von Maßnahmen erst mit einer gewissen Verzögerung eintritt.

¹Tolksdorf et al. (2020). *Eine höhere Letalität und lange Beatmungsdauer unterscheiden COVID-19 von schwer verlaufenden Atemwegsinfektionen in Grippewellen.*